Детерминированный факторный анализ

Одной из важных общих задач экономического анализа является исследование зависимостей между изучаемыми показателями. Для этого широко применяются **детерминированные** (функциональные) и **стохастические** (корреляционные) модели. Наиболее простыми и широко применяемыми на практике являются детерминированные модели. В них предполагается, что связь между влияющими факторами (аргументами) и результатным показателем (функцией) может быть выражена однозначной аналитической зависимостью.

При использовании детерминированных моделей необходимо выполнение следующих требований.

1. Факторы, включаемые в модель, должны быть отражением реально существующих объектов и явлений.
2. Связь между влияющими факторами и результатным показателем может быть выражена однозначной аналитической зависимостью.
3. Факторы должны находиться в причинно-следственной связи с изучаемыми показателями.
4. Все показатели факторной модели должны быть количественно измеримыми.

Для определения значений факторов должны существовать информационные источники.

Факторная модель должна обеспечивать возможность измерения влияния отдельных факторов.

С формальной точки зрения детерминированная факторная модель – это алгебраическое тождество или определение расчета какого-либо показателя на основе других показателей.

Например, часто используют модель:

Прибыль = Выручка * РентабельностьПродаж (1)

С алгебраической точки зрения – это банальное тождество, поскольку по определению:

$$\text{РентабельностьПродаж} = \frac{\text{Прибыль}}{\text{Выручка}} \qquad (2)$$

Однако с содержательной точки зрения модель имеет смысл изучать, поскольку с ее помощью можно выявить: что и в какой мере повлияло на изменение прибыли в текущем периоде по сравнению с прибылью, полученной в предыдущем периоде. То есть, в какой мере изменение прибыли было вызвано изменением выручки текущего периода по сравнению с прошлым, а в какой мере – изменением рентабельности продаж. Иными словами – разложить общее изменение прибыли за период на сумму ее изменений из-за изменения в выручке и изменения в рентабельности продаж.

Используя модель 1 можно изучать, как и насколько изменения в выручке и изменения в рентабельности продаж влияли на изменение в прибыли. С другой стороны, используя модель 2 (определение показателя рентабельности продаж) можно изучать, как и насколько изменения в прибыли и выручке влияли на изменение рентабельности продаж. В первом случае результирующим показателем является прибыль, а влияющими факторами – выручка и рентабельность продаж, а во втором – результирующий показатель – рентабельность продаж, а факторы – прибыль и выручка. Все зависит от целей исследования. Если цель - выявление резервов роста рентабельности продаж – изучаем модель 2. Если цель – выявление резервов роста прибыли – изучаем модель 1.

Для решения такого рода задач используются специальные приемы, основные из которых мы далее рассмотрим.

Одним из простейших приемов исследования влияния отдельных факторов на результирующий показатель является **метод выявления изолированного влияния факторов**. Он предназначен для решения задачи выявления раздельного влияния изменения каждого из факторов на изменение результирующего показателя по отдельности, путем последовательной замены каждого из базовых значений факторов на текущие.

Пусть:

$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ - вектор базовых (плановых) значений факторов;

$Y=\{y_1,y_2,\ldots,y_n\}$ - вектор текущих (фактических) значений факторов;

Q=F(W) - функциональная зависимость показателя Q от значений факторов;

ΔQ=F(Y)-F(X) - общее изменение показателя Q за прошедший период (различие планового и фактического значения показателя).

Тогда для выявления зависимости изменения Q от изменения фактора i вычисляется величина:

$\Delta Q[i] = F(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},y_i,x_{i+1},\ldots,x_n) - F(x_1,x_2,\ldots,x_n) \quad i=1,2,\ldots,n$

Из приведенной формулы следует, что для вычисления прироста ΔQ[i] вычисляется разность между значением функции при одном измененном значении фактора i и значением функции при базовых значениях факторов.

Очевидно, что в общем случае

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta Q[i] \neq \Delta \mathrm{Q}$$

Задача распределения разницы между суммой частных приростов ΔQ[i] и общим отклонением ΔQ, является нетривиальной задачей и должна отдельно решаться в каждом конкретном случае. Равенство суммы частных приростов общему гарантированно достигается только при использовании так называемых аддитивных моделей, в которых результатный показатель равен сумме факторов.

Наиболее общим и широко применяемым методом выявления влияния изменений отдельных факторов на суммарное изменение исследуемого показателя является **метод цепных подстановок**. При его использовании замена базовых значений факторов на текущие осуществляется последовательными группами. Сначала, вычисляется разность функции с первым измененным фактором с ее значением при базовых значениях, потом разность функции с первыми двумя измененными факторами и значением функции с первым измененным фактором, далее - разность функции с первыми тремя измененными факторами и функции с двумя первыми измененными факторами и т.д. Полученные разности принимаются за величину влияния изменения каждого из факторов на величину результатного показателя.

Пусть, как и ранее:

$X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ - вектор базовых (плановых) значений факторов;

$Y=\{y_1,y_2,\dots,y_n\}$ - вектор текущих (фактических) значений факторов;

$Q=F(W)$ - функциональная зависимость показателя Q от значений факторов;

$\Delta Q=F(Y)-F(X)$ - общее изменение показателя Q за прошедший период (различие планового и фактического значения показателя).

Тогда для выявления зависимости изменения Q от изменения фактора i вычисляется величина:

$$\Delta Q[i] = F(y_1,y_2,\dots,y_i,x_{i+1},\dots,x_n) - F(y_1,y_2,\dots,y_{i-1},x_i,\dots,x_n) \quad i=1,2,\dots,n$$

Из приведенной формулы следует, что для вычисления прироста $\Delta Q[i]$ вычисляется разность между значением функции при текущих значениях факторов, включая i-ый, и базовых значениях, начиная с фактора i+1 и значением функции при текущих значениях факторов, вплоть до фактора i-1 и базовых значениях, начиная с фактора i.

Легко можно доказать, что в методе цепных подстановок всегда выполняется равенство:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta Q[i] = \Delta \mathrm{Q}$$

При использовании метода цепных подстановок результат существенно зависит от порядка замены факторов. Чем значительнее отклонение текущих значений факторов от базовых, тем больше и различий в оценках их влияния, исчисленных при разной последовательности подстановки. Обычно сначала рекомендуется заменять факторы, выраженные в абсолютных величинах, а потом - в относительных. При этом в каждой из указанных групп факторов их рекомендуется размещать в порядке значимости влияния, определяемой методом логического анализа.

Метод цепных подстановок является наиболее общим методом детерминированного факторного анализа, но обладает существенным недостатком, суть которого сводится к возникновению неразложимого остатка, который присоединяется к числовому значению влияния последнего фактора. Этот недостаток может быть преодолен за счет применения **интегрального метода**.

Использование интегрального метода позволяет получить более точные результаты вычисления влияния факторов по сравнению с методом цепных подстановок. При этом результаты не зависят от местоположения факторов в модели, а дополнительный прирост результативного показателя, возникающий из-за взаимодействия факторов, распределяется между ними поровну. Изменение результативного показателя измеряется на бесконечно малых отрезках времени, т. е. производится суммирование приращения результата, определяемого как частные произведения, умноженные на приращения факторов на бесконечно малых промежутках. В общем случае применение интегрального метода требует довольно сложных математических выкладок и вычислений. Однако для ряда важных частных случаев выведены готовые простые формулы, которые легко применить на практике.

Пусть:

a_0,b_0,c_0 - базовые значения влияющих факторов;

a_1,b_1,c_1 - текущие значения влияющих факторов;

$\Delta a=a_1-a_0$ - прирост значения фактора a;

$\Delta b=b_1-b_0$ - прирост значения фактора b;

$\Delta c=c_1-c_0$ - прирост значения фактора c;

$\Delta Y(a)$ - прирост результирующего показателя за счет фактора a;

$\Delta Y(b)$ - прирост результирующего показателя за счет фактора b;

$\Delta Y(c)$ - прирост результирующего показателя за счет фактора c;

ΔY - общее изменение результирующего показателя Y.

Модель $\boldsymbol{Y = a \cdot b}$

$$\Delta Y(a) = b_0 \cdot \Delta a + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}$$

$$\Delta Y(b) = b_0 \cdot \Delta b + \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{2}$$

Модель $\boldsymbol{Y = a \cdot b \cdot c}$

$$\Delta Y(a) = \frac{\Delta a \cdot (b_0 \cdot c_1 + b_1 \cdot c_0)}{2} + \frac{\Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c}{3}$$

$$\Delta Y(b) = \frac{\Delta b \cdot (a_0 \cdot c_1 + a_1 \cdot c_0)}{2} + \frac{\Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c}{3}$$

$$\Delta Y(c) = \frac{\Delta c \cdot (a_0 \cdot b_1 + a_1 \cdot b_0)}{2} + \frac{\Delta a \cdot \Delta b \cdot \Delta c}{3}$$

Модель $\boldsymbol{Y = \frac{a}{b}}$

$$\Delta Y(a) = \frac{\Delta a}{\Delta b} \cdot ln \left|\frac{b_1}{b_0}\right|$$

$$\Delta Y(b) = \Delta Y - \Delta Y(a)$$

Модель $\boldsymbol{Y = \frac{a}{b+c}}$

$$\Delta Y(a) = \frac{\Delta a}{\Delta b + \Delta c} \cdot ln \left|\frac{b_1 + c_1}{b_0 + c_0}\right|$$

$$\Delta Y(b) = \frac{\Delta Y - \Delta Y(a)}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta b$$

$$\Delta Y(c) = \frac{\Delta Y - \Delta Y(a)}{\Delta b + \Delta c} \cdot \Delta c$$

При ручных вычислениях используются и другие методы для вычисления влияния отдельных факторов на изменение результирующего показателя. Большинство из них являются частными случаями метода цепных подстановок. При использовании компьютеров и специализированных программ их применение теряет смысл. При автоматизированных вычислениях, в тех случаях, когда это возможно (используется одна из только что приведенных моделей) следует предпочесть применение интегрального метода, как наиболее объективного. В противном случае следует применять метод цепных подстановок, который может использоваться для любой модели, любой функциональной связи результирующего показателя с факторами.